

應用力學

第2章 同平面力系

2-1 力的分解與合成

2-2 力矩與力矩原理

2-3 力 偶

2-4 自由體圖與負荷種類

2-5 同平面各種力系之合成

2-6 同平面各種力系之平衡

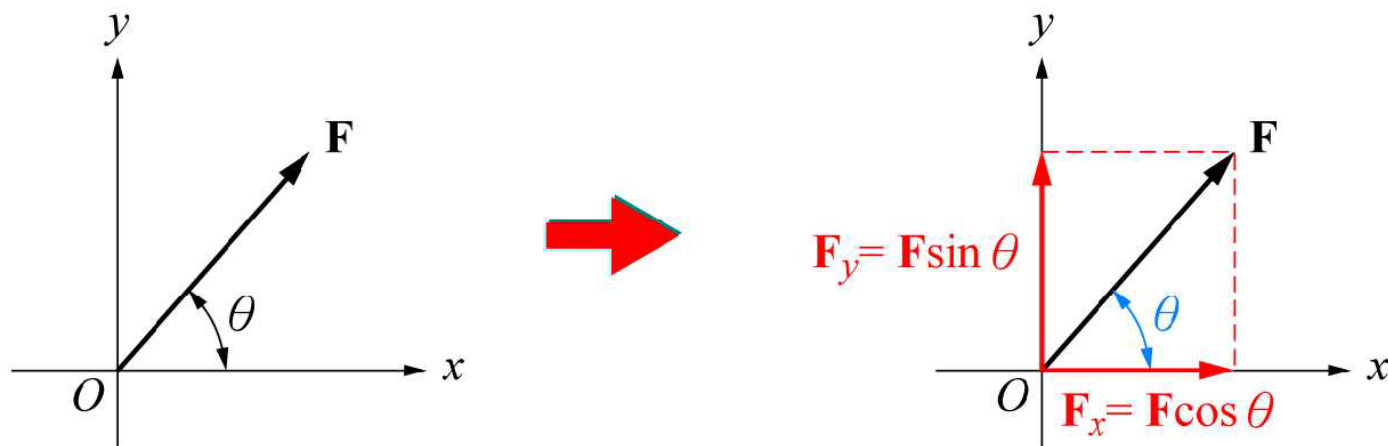
2-1

力的分解與合成

力的分解 1. 角度

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$



↑ 圖 2-1 力的分解(一)

2-1

力的分解與合成

2.比例

$$\frac{\mathbf{F}}{r} = \frac{\mathbf{F}_x}{x} = \frac{\mathbf{F}_y}{y}$$

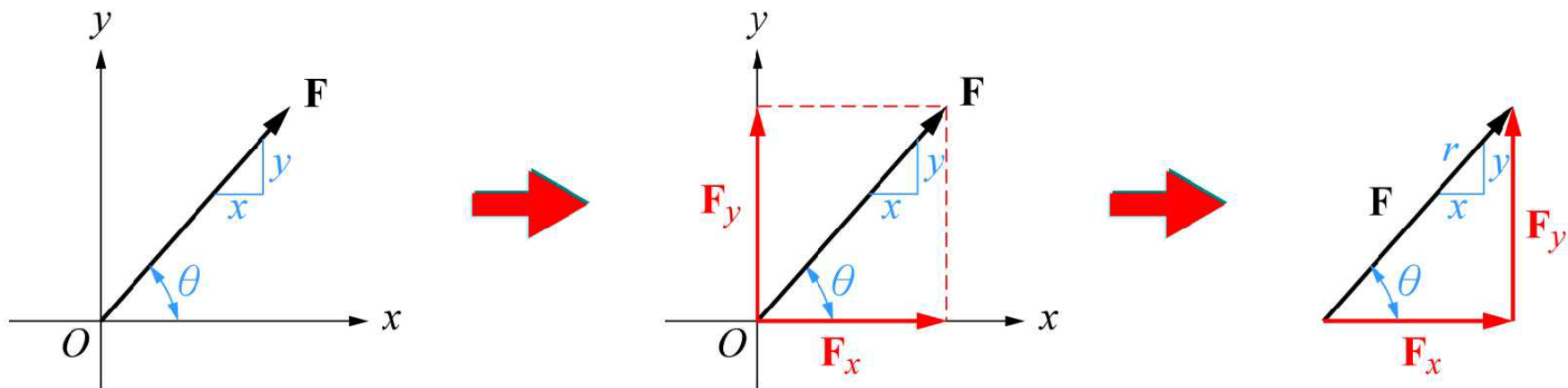


圖 2-2 力的分解(二)

2-1

力的分解與合成

力的合成

1. 圖解法：

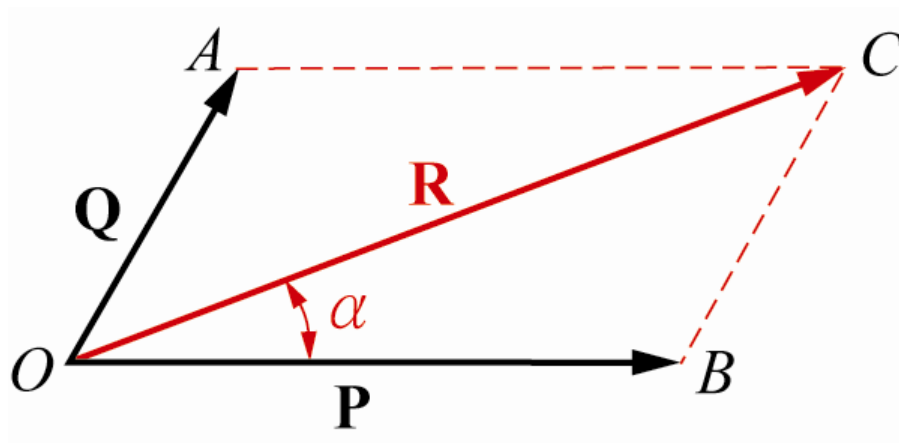


圖2-7 平行四邊形法

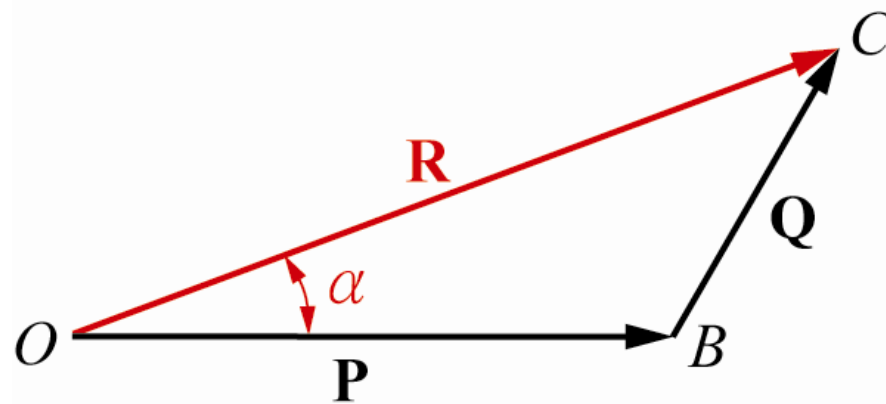


圖2-8 三角法

2-1

力的分解與合成

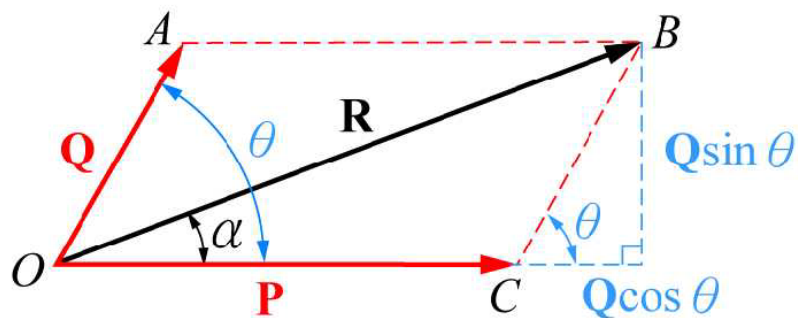
2.代數法

$$R = \sqrt{(P + Q\cos\theta)^2 + (Q\sin\theta)^2}$$

$$= \sqrt{P^2 + 2PQ\cos\theta + Q^2\cos^2\theta + Q^2\sin^2\theta}$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$$



↑ 圖 2-9 代數法

2-2

力矩與力矩原理

力 矩

$$M = F \times d$$

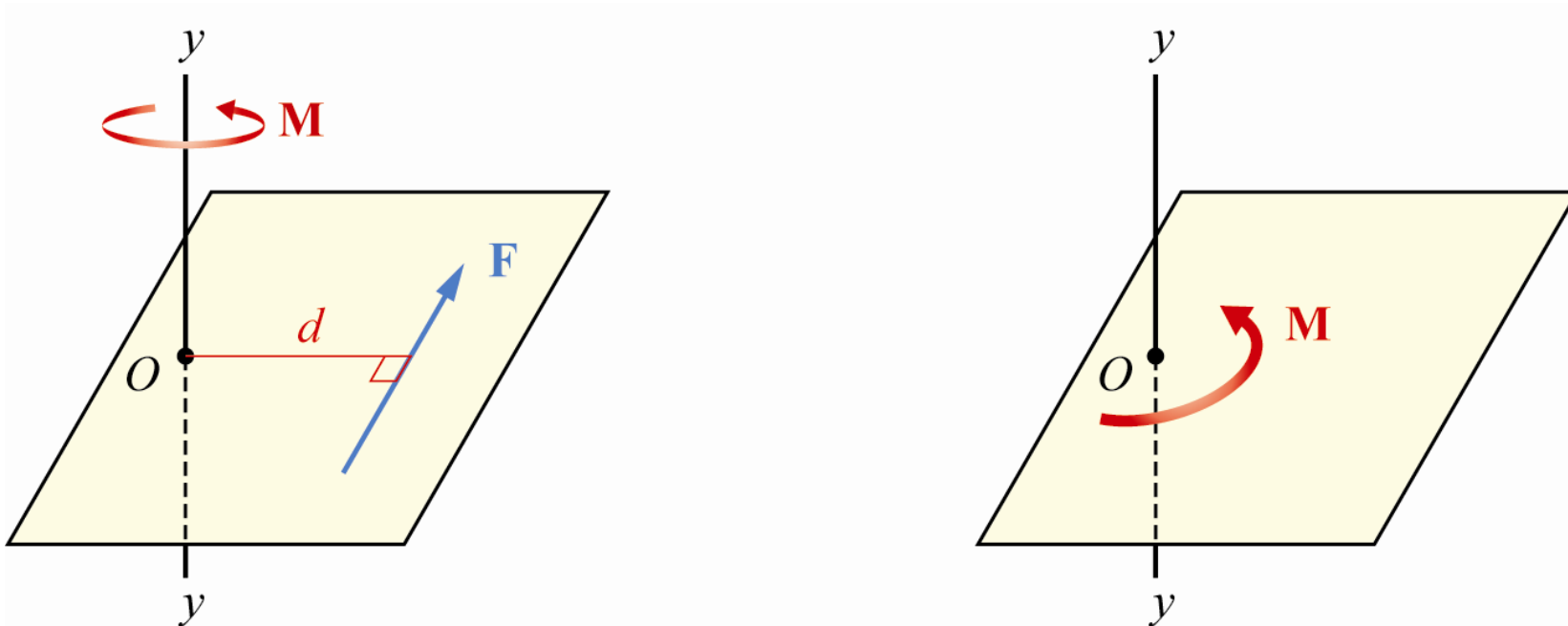


圖2-14 力矩

2-2

力矩與力矩原理

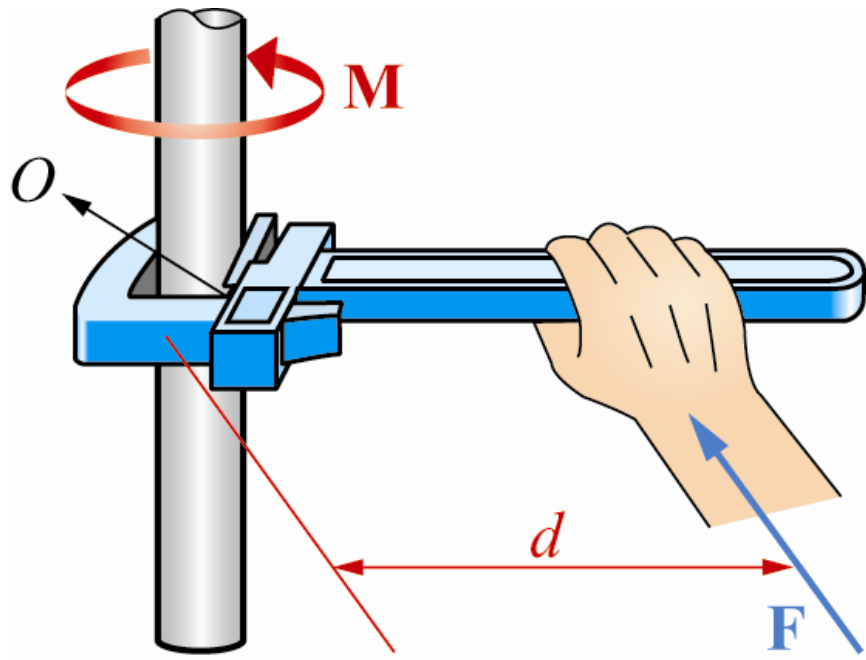


圖2-15 力矩之應用例

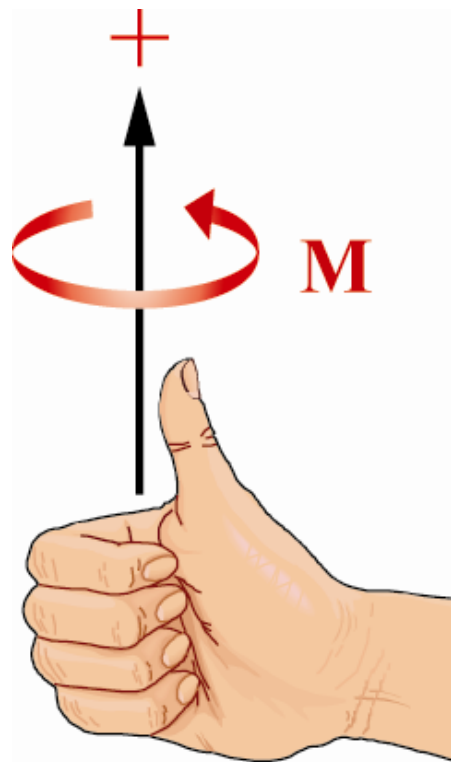


圖2-16 力矩之方向

2-2

力矩與力矩原理

一力系中，合力對某點或某軸之力矩，等於力系中各分力對該點或該軸之力矩的代數和，稱爲力矩原理（Principle of Moment），又稱爲萬律農（瓦銳蘭）定律（Varignon's Theorem）。

$$\mathbf{R} \times \mathbf{r} = \mathbf{P} \times \mathbf{p} + \mathbf{Q} \times \mathbf{q}$$

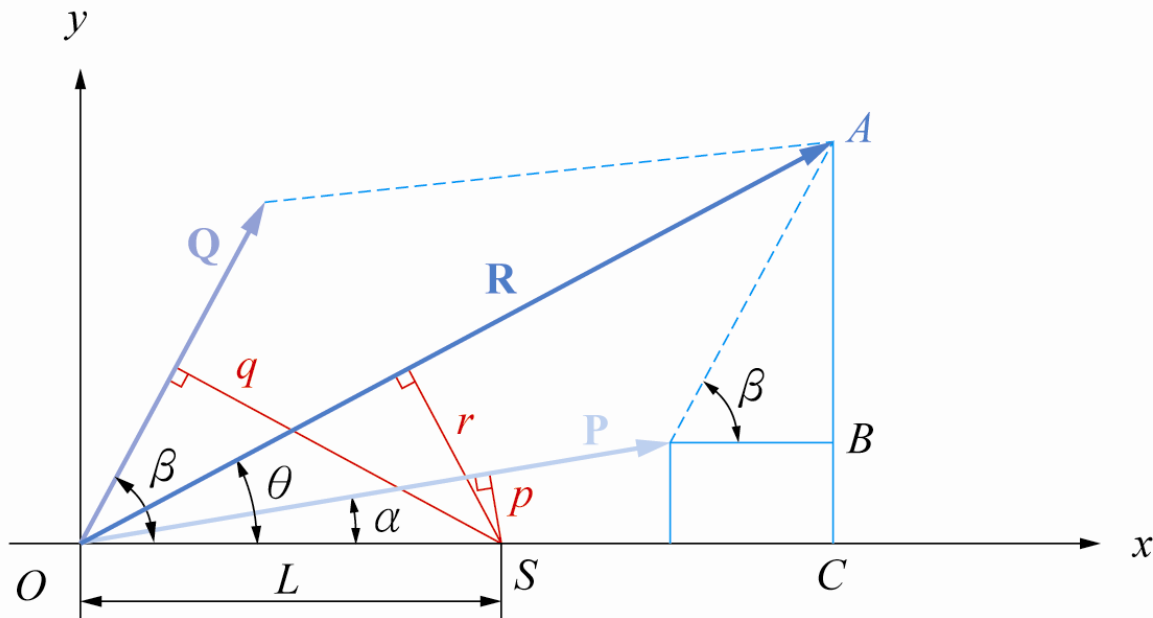
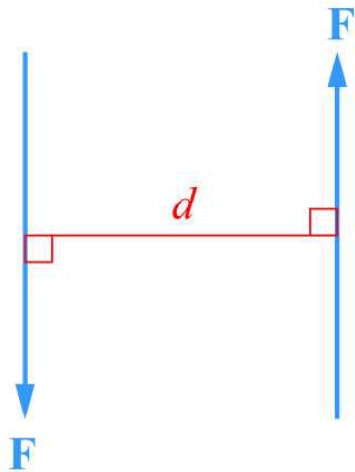


圖2-17 力矩原理

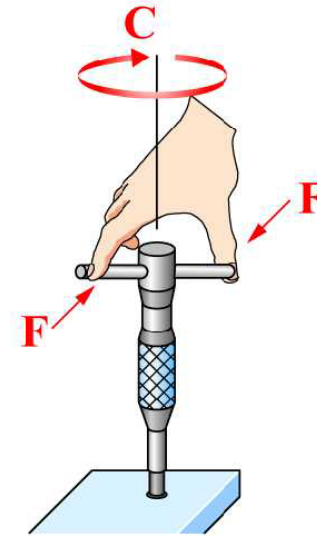
2-3

力偶

$$C = F \times d$$



↑ 圖 2-24 力偶



↑ 圖 2-25 力偶之應用例

2-3

力偶

力偶可在其作用平面上任意移動或轉動，如圖2-26所示。

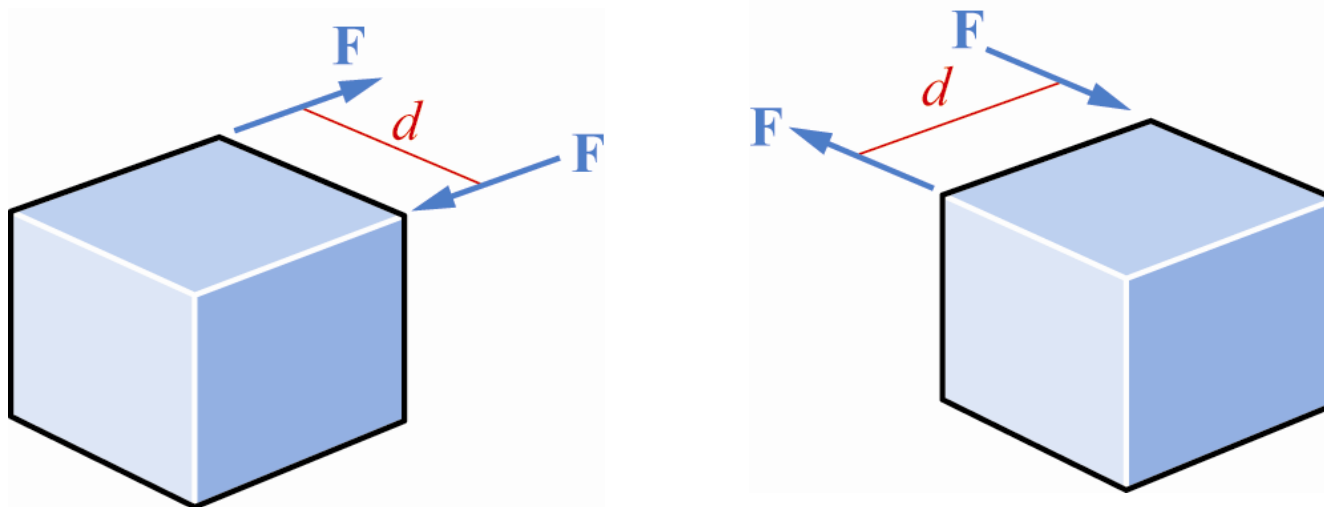


圖2-26 力偶的移動與轉動

2-3

力偶

力偶可任意移至另一平行的平面上，如圖2-27所示。

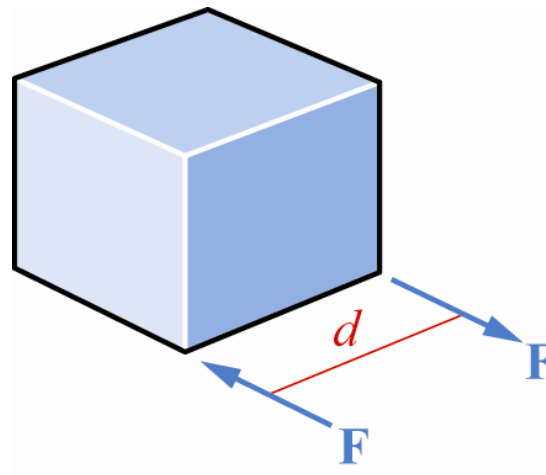
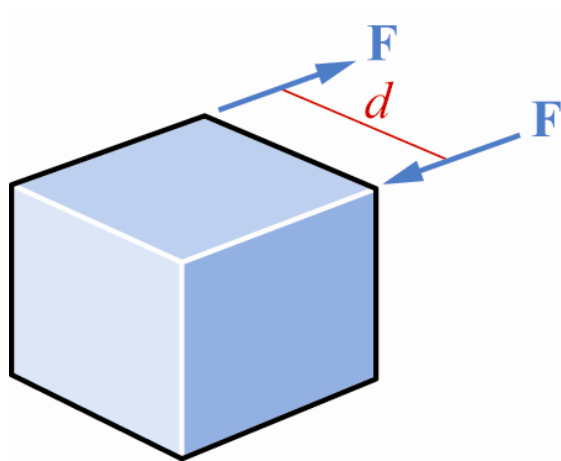


圖2-27 力偶的平移

2-3

力偶

若力偶的大小及方向不變，則力偶之二力及力偶臂可任意變更，如圖2-28所示。

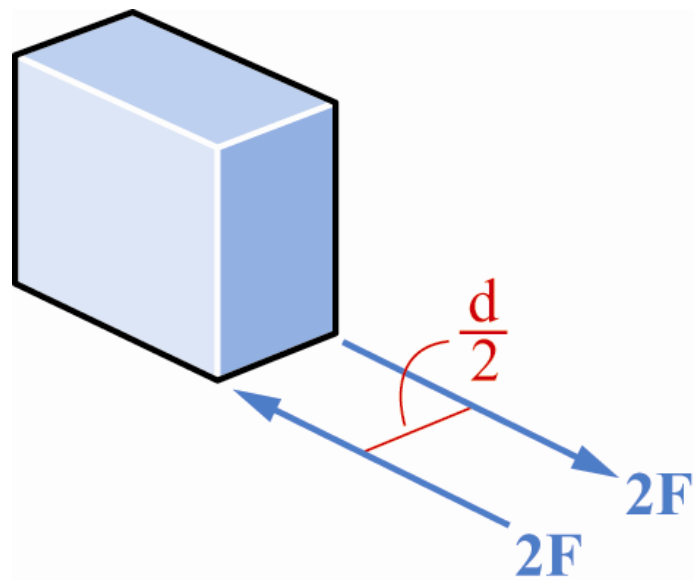
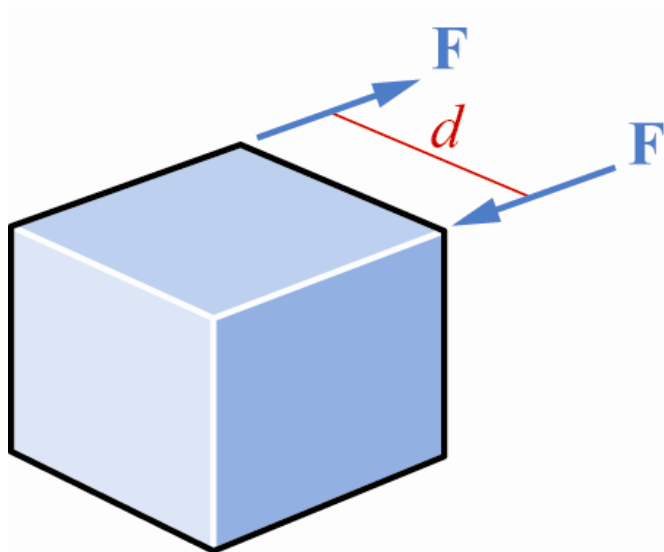


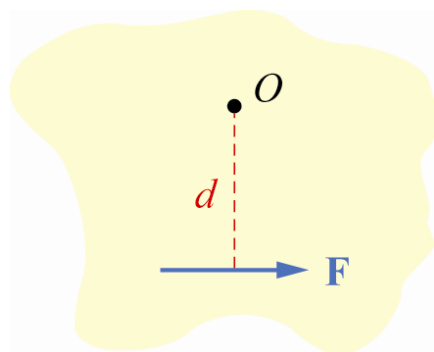
圖2-28 力偶的大小及方向的轉換

2-3

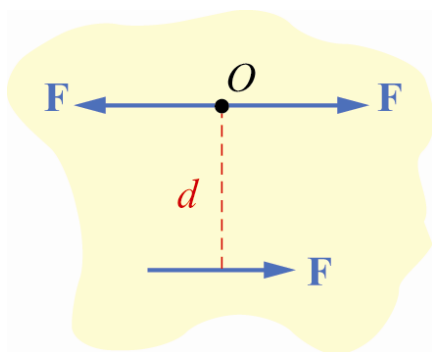
力偶

分解一力為一單力及一力偶

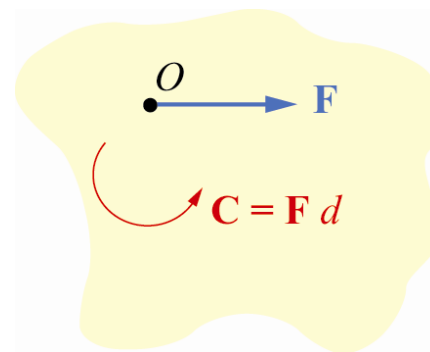
- 力為作用在平面上之一力
- 在點上加上一組大小相等、方向相反，且平行、等於力之二作用力
- 此二力對整個力系而言，並不影響其外效應，如(b)所示。此時，整個力系則成爲一單力及一力偶



(a)平面上之單力



(b)於O點加一組大小相等，方向相反之力



(c)分解成另一單力及一力偶

圖2-29 分解一力為一單力及一力偶

2-4

自由體圖與負荷種類

自由體圖

1. 重量

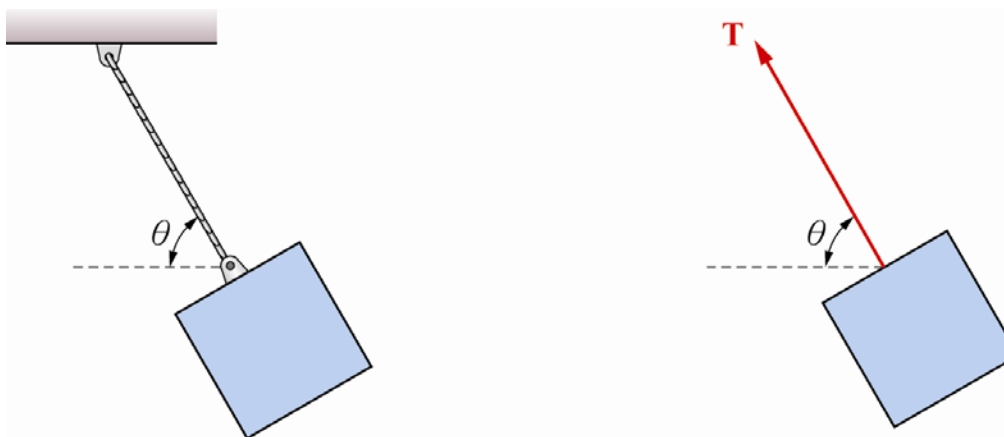
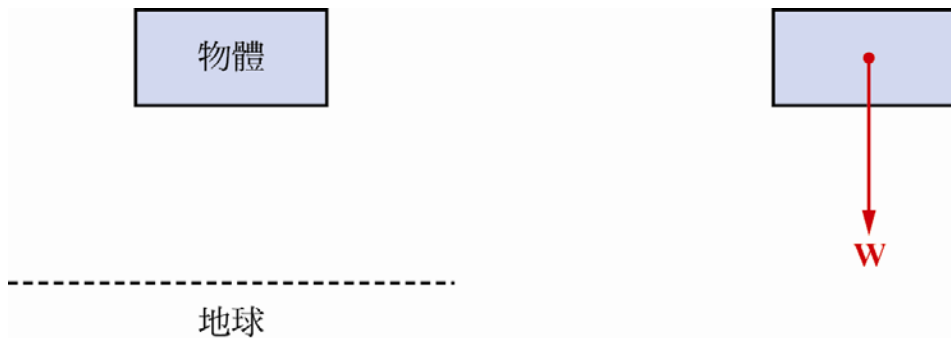


圖2-34 重量

2-4

自由體圖與負荷種類

3. 光滑面

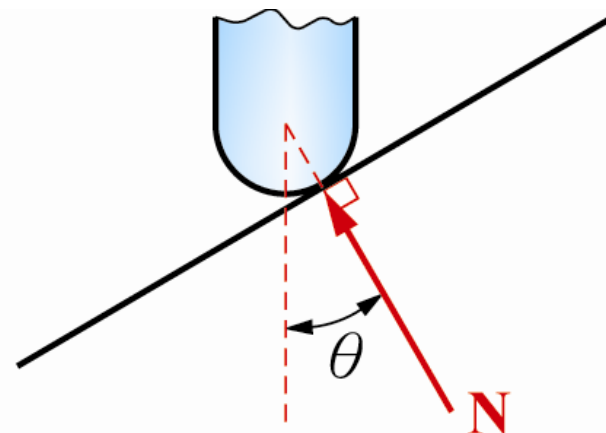
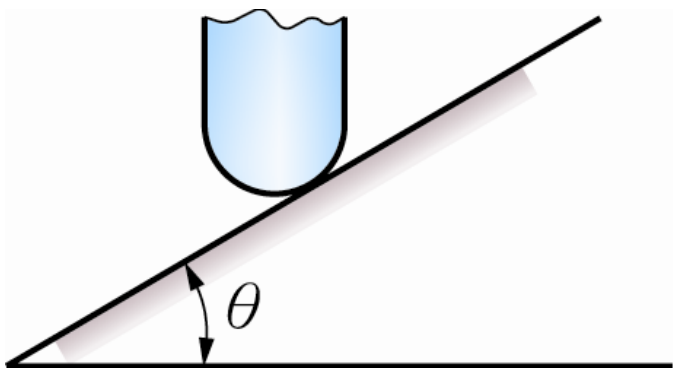


圖2-36 光滑面

2-4

自由體圖與負荷種類

4. 滾輪

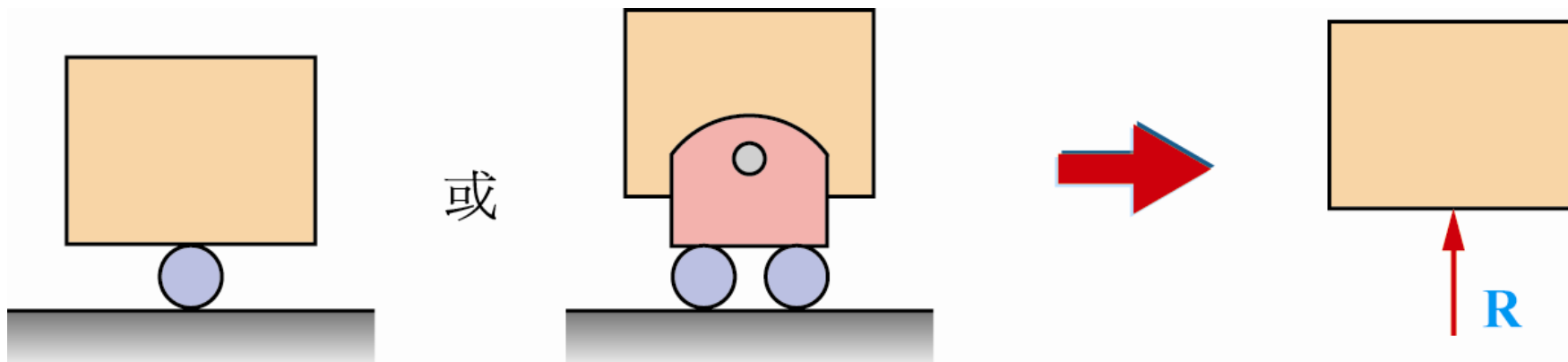


圖2-37 滾輪

2-4

自由體圖與負荷種類

5. 光滑銷

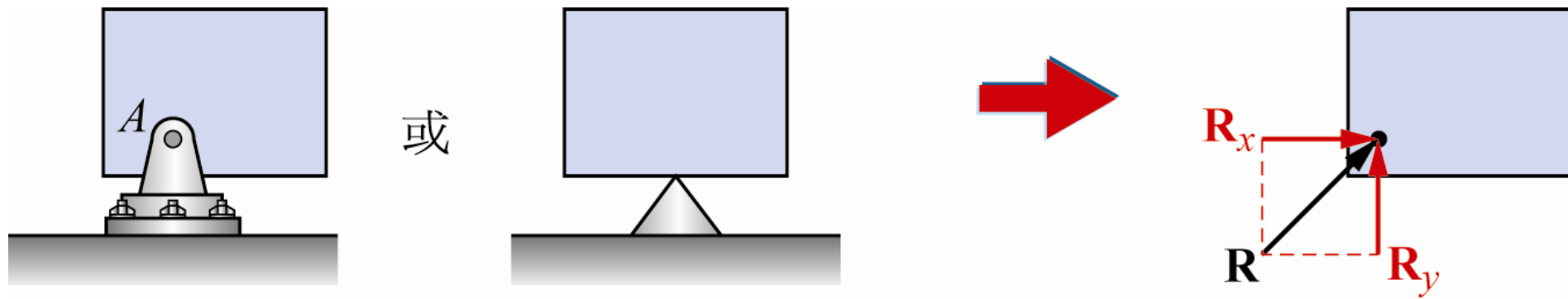


圖2-38 光滑銷釘

2-4

自由體圖與負荷種類

6. 固定支撐

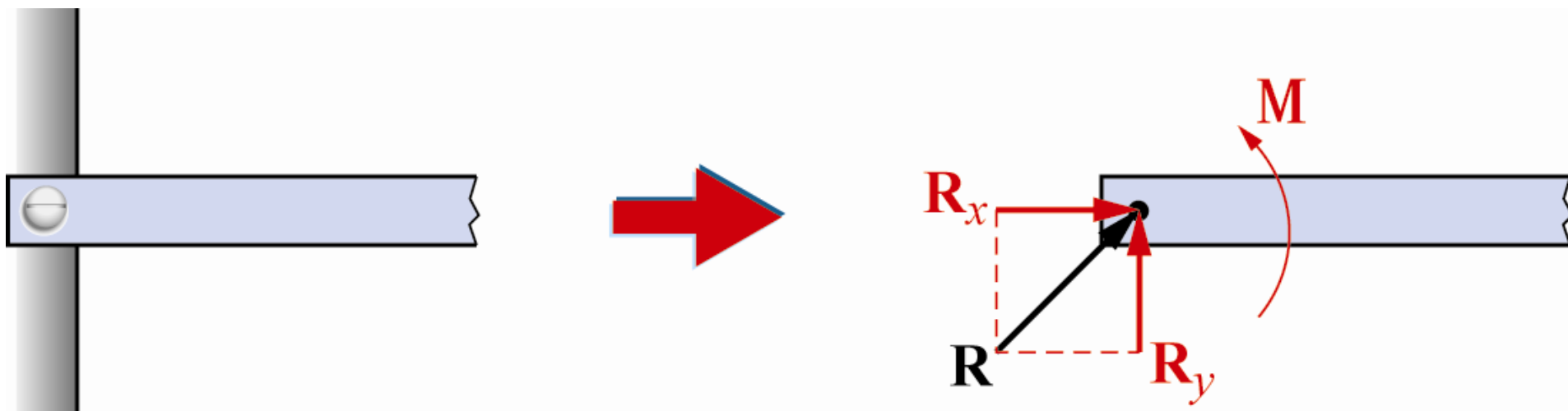


圖2-39 固定支撐

2-4

自由體圖與負荷種類

負荷種類

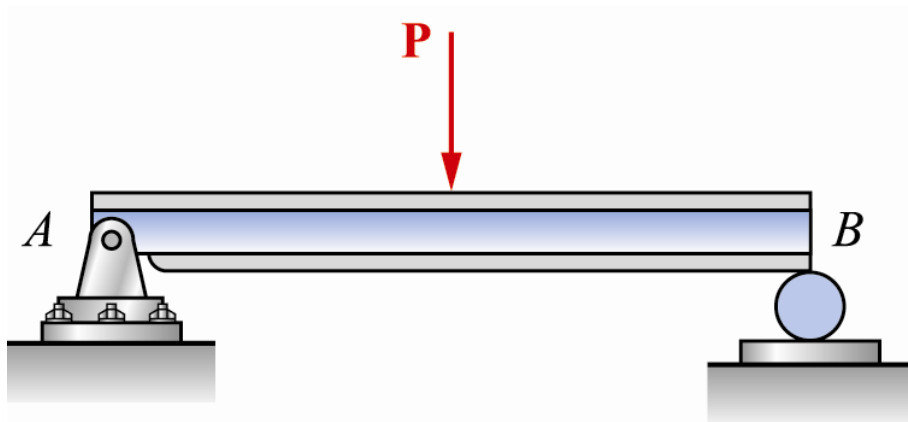


圖2-40 集中負荷

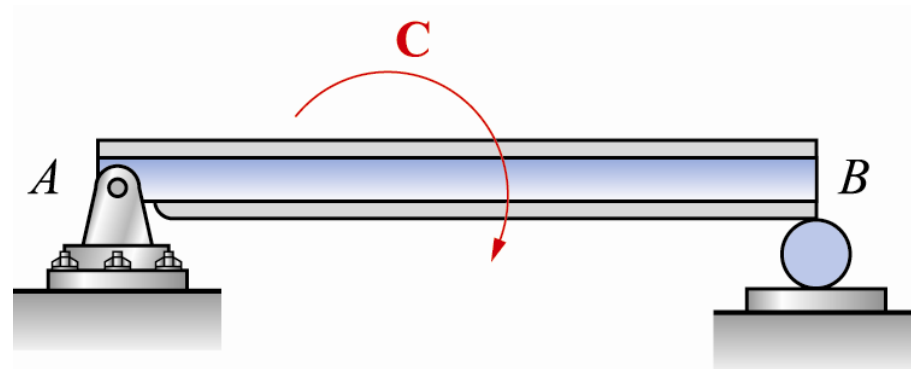


圖2-41 力偶負荷

2-4

自由體圖與負荷種類

負荷種類

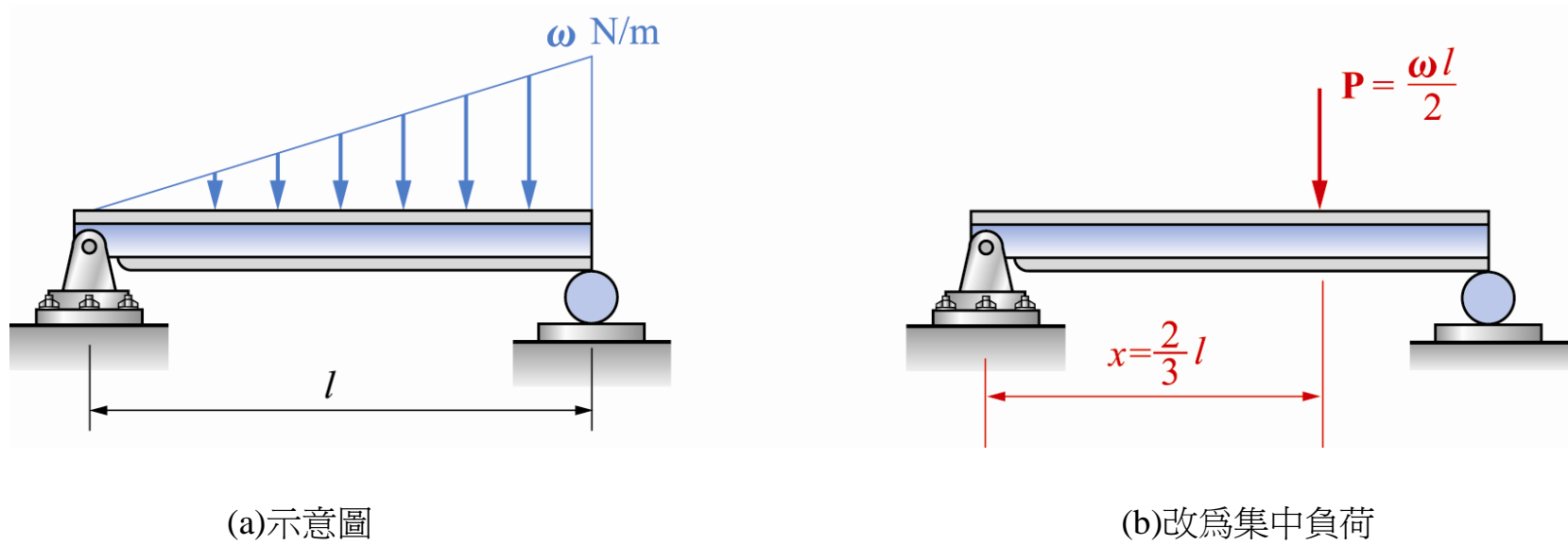
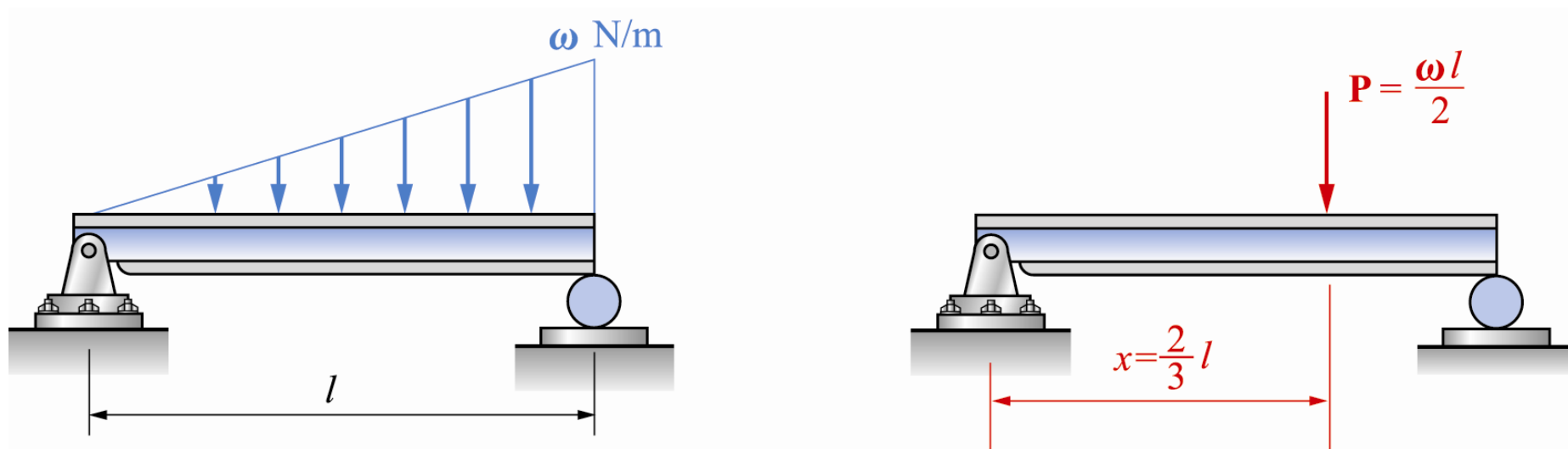


圖2-42 均布負

2-4

自由體圖與負荷種類



(a) 示意圖

(b) 改爲集中負荷

圖2-43 均變負荷

2-5

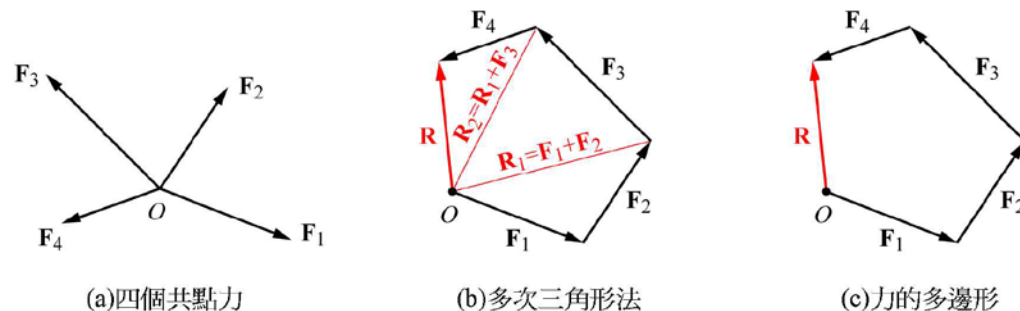
同平面各種力系之合成

同平面共點力系之合成

1. 圖解法

大小 $R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$

方向 $\alpha = \tan^{-1} \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$



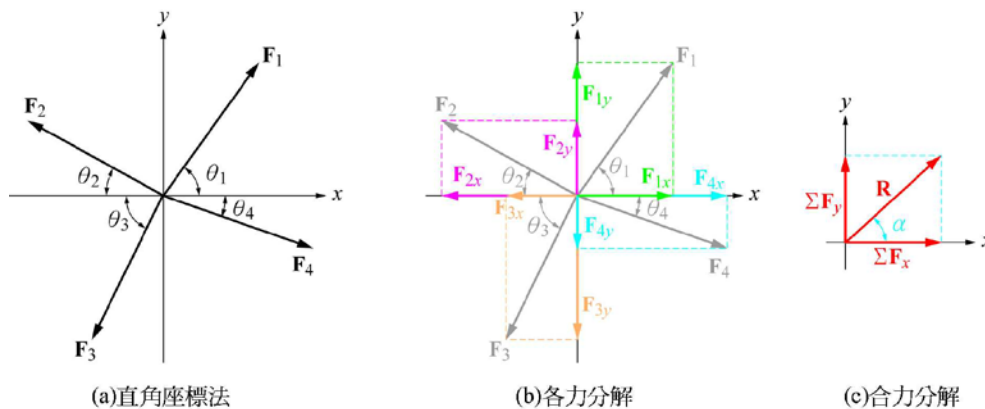
(a) 四個共點力

(b) 多次三角形法

(c) 力的多邊形

圖 2-47 圖解法

2. 代數法



(a) 直角座標法

(b) 各力分解

(c) 合力分解

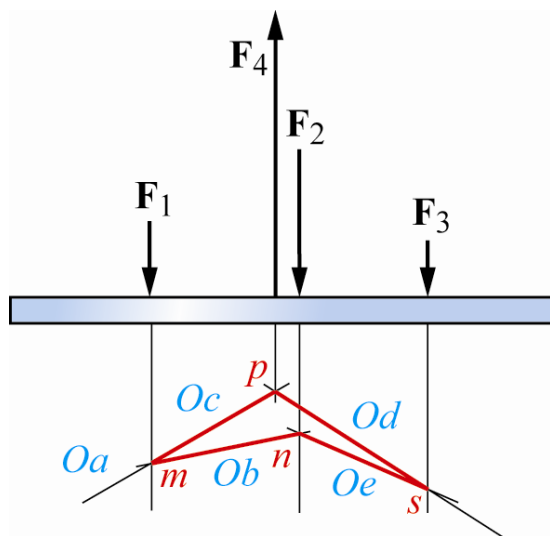
圖 2-49 代數法

2-5

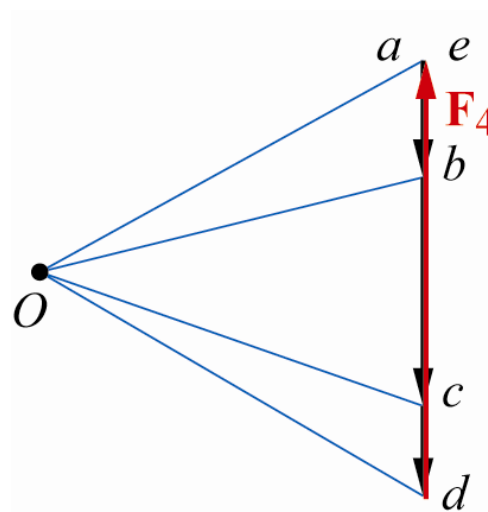
同平面各種力系之合成

同平面平行力系之合成

圖解法



(a)位置圖



(b)力線圖

圖2-51 圖解法

2-5

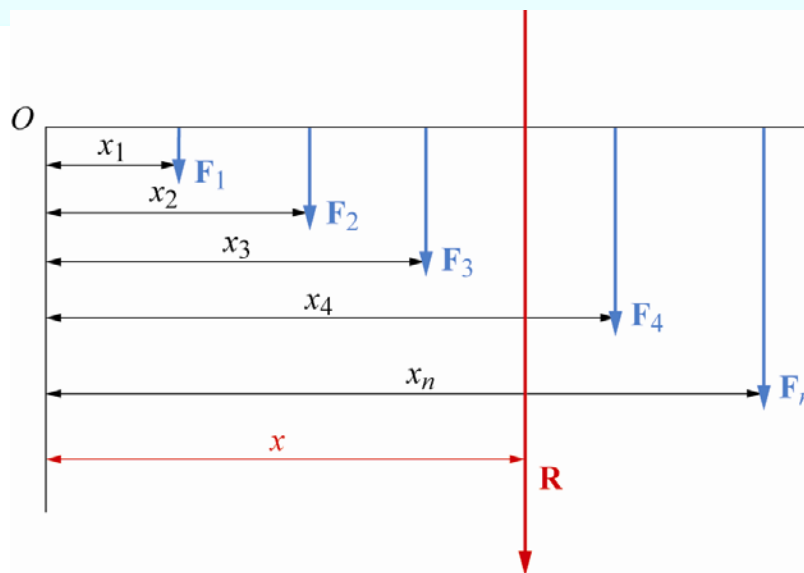
同平面各種力系之合成

同平面平行力系之合成

代數法

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 + \cdots + \mathbf{F}_n = \Sigma \mathbf{F}$$

$$\mathbf{R}x = \mathbf{F}_1x_1 + \mathbf{F}_2x_2 + \mathbf{F}_3x_3 + \mathbf{F}_4x_4 + \cdots + \mathbf{F}_nx_n$$



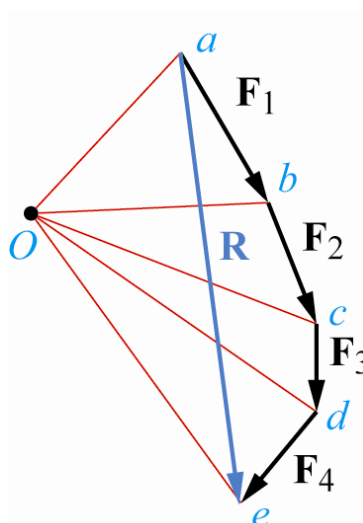
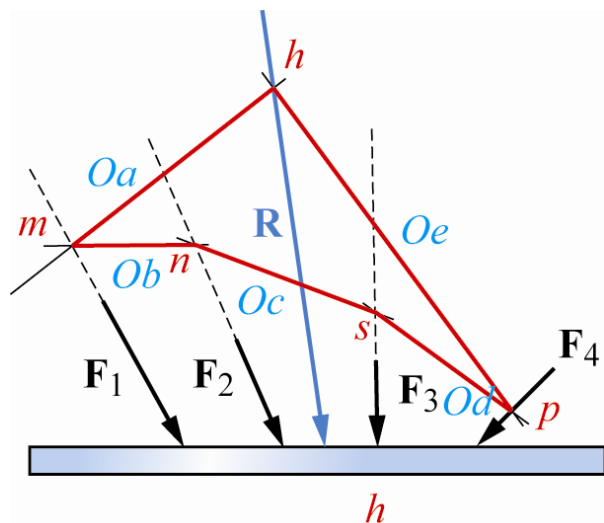
2-5

同平面各種力系之合成

同平面非共點非平行力系之合成

圖解法

代數法



大小 $R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

方向 $\alpha = \tan^{-1} \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$

位置 $Rx = F_1x_1 + F_2x_2 + F_3x_3 + F_4x_4 + \dots + F_nx_n$

圖2-58 圖解法

2-6

同平面各種力系之平衡

同平面共點力系之平衡

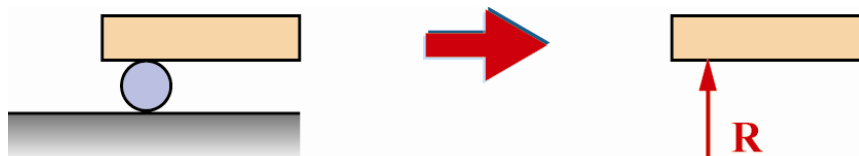


圖2-70 滾接

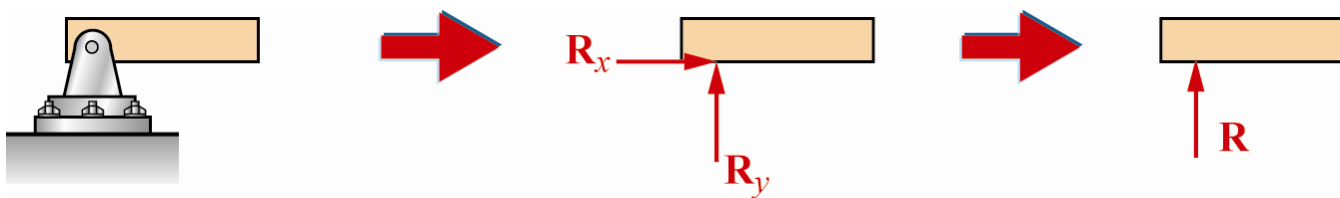


圖2-71 銷接（鉸接）

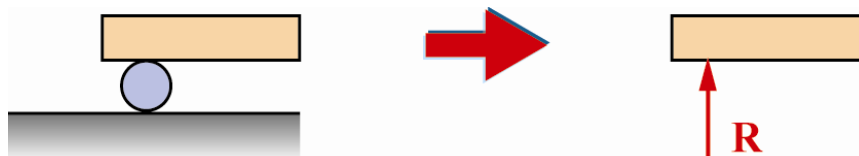
2-6

同平面各種力系之平衡

同平面共點力系之平衡

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$



$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

圖2-70 滾接

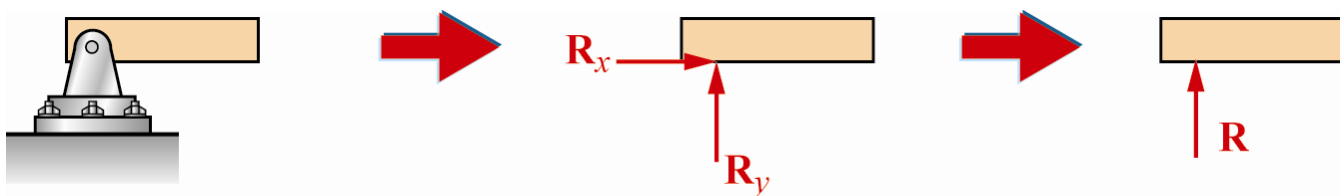


圖2-71 銷接（鉸接）